



一 走进军营——方向与位置

一、用数对表示物体的位置

1. 行和列

行和列的意义:确定位置时,竖排叫作列,横排叫作行。确定第几列一般从左向右数,依次为第 1 列、第 2 列、第 3 列……依此类推。

确定第几行一般从前往后数,依次为第 1 行、第 2 行、第 3 行……依此类推。

2. 用行、列描述物体的位置

用行、列描述物体的位置时,要先描述列,再描述行。如,小强站在第 3 列第 2 行的位置。

3. 用数对表示行与列

(1)通常情况下,用两个数组成的数对表示行与列比较简明准确。数对中前面的数表示第几列,后面的数表示第几行。

(2)数对的写法:先写列数,再写行数,中间用逗号隔开,最后用小括号将它们括起来。

如小强站在第 3 列第 2 行的位置,可以用数对(3, 2)表示。

4. 用数对表示物体位置的方法

先找到物体,再数出物体所在的列数与行数,最后用数对表示。

5. 根据数对确定物体的位置

首先看数对的两个数表示哪一列哪一行,然后找到列和行的交叉点处,就是物体所在的位置。

二、根据方向和距离确定物体的位置,并描述简单的路线图

1. 根据方向和距离确定物体的位置

(1)方向描述

确定现实空间中物体的方向,或平面图上物体的方向时,一般以南、北为主方向,用北偏东(西)或南偏东(西)多少度描述。东北方向就叫作北偏东多少度;西北方向就叫作北偏西多少度;东南方向就叫作南偏东多少度;西南方向就叫作南偏西多少度。

(2)比例尺

10千米

┌───┐,图上距离 1 厘米表示实际距离的 10 千米。

(3)距离描述

导学点睛

在平面图上确定第几列一般从左往右数,确定第几行一般从前往右数。

如果两个数对的第一个数相同,说明两个物体在同一列上;如果两个数对的第二个数相同,说明两个物体在同一行上。

提醒:

在叙述方向角度时,要先确定所在的大致方向区域。叙述时先说角度一边的正方向,再描述向另一方向偏离多少度。

在确定图上距离或实际距离时,一定要用直尺进行测量,然后依据比例尺进行换算,不可以不测量就进行估计。

确定平面图上物体的距离时,要用直尺量出两观测点之间的图上距离,再根据 $\frac{10\text{千米}}{\square}$ 的比例尺计算出实际距离。

(4)把方向和距离结合起来描述位置时,要注意三个要素:一是观测点,二是方向,三是距离。

把方向和距离结合起来确定位置,既可用于确定现实空间中物体的位置,又可用于确定平面图上物体的位置。

根据方向和距离描述物体位置的方法:

①确定好主方向,用量角器量出被观测点和观测点的连线与主方向的夹角的度数;

②用直尺量出被观测点到观测点的图上距离,计算出实际距离;

③根据测量的角度和计算出的距离,准确描述被观测点的位置。

技巧:确定物体的位置,一要找准方向;二要确定角度;三要算清实际距离。

2. 描述简单的路线图

描述路线图的方法:

(1)根据方向标示弄清路线图的各个方向;

(2)根据比例尺和测得的图上距离求出相应的实际距离;

(3)以某一地点为起点,描述从哪儿按什么方向走,走多远到哪儿;

(4)再以下一地点为起点继续描述。

3. 在平面图上绘制物体的位置

(1)确定平面图中的东、南、西、北方向;

(2)确定方向并用量角器画出物体的准确方向;

(3)根据比例尺求出图上距离;

(4)以观测点为起点,在方向线上用三角板定出物体与出发点之间的图上距离,标出物体的位置;

(5)在图上标示出角度和物体的名称。

用方向和距离描述物体的位置时,一定要先说物体,再说观测点,然后说方向,最后说距离。

如红军阵地在指挥部北偏西 50° 方向10千米处。

描述路线时,要注意观测点是变化的。

描述路线有三看:一看起点在哪里;二看方向偏向哪里;三看路程走了多远。

绘制物体的位置时,一般先确定角度,再确定图上的距离。

标注物体的位置和方向时,要根据观测点按照物体所在方位和与观测点的距离来标。

二 关注环境——分数加减法(二)

一、通分

1. 异分母分数

分母不相同的分数,或者说分数单位不相同的分数,叫作异分母分数。

2. 通分

把异分母分数分别化成与原来分数相等的同分母分数的过程,叫作通分。通分的依据是分数的基本性质。

3. 公分母

通分时,相同的分母叫作这几个分数的公分母。

求两个分数的公分母时,先分别找出这两个分数的分母,再找出这两个分母的公倍数作为公分母。

4. 通分的方法

通分的一般方法是先求出原来几个分母的最小公倍数,再把各分数分别化成用这个最小公倍数作分母的分数。

(1)几个分数的分母只有公因数1时,几个分母的乘积就是这几个分数的公分母。

(2)几个分数的分母成倍数关系时,其中较大的分母就是这几个分数的公分母。

(3)几个分数的分母没有关系,除了公因数1外,还有其他公因数的,此时,分母的最小公倍数就是这几个分数的公分母。

(4)通分时,看原来分数的分母变成公分母要乘几,分子就乘相同的数。

5. 比较异分母分数大小的方法

分子和分母都不同,先通分,再按分母相同的分数比较大小的方法来比较;也可以求分子的最小公倍数,先使分子相同,再按分子相同比较大小的方法来比较。

二、异分母分数的加法、减法

1. 异分母分数的加法

要让两个分母不同的分数相加,首先要将它们转化为分母相同的分数,然后让分子相加,而分母不变。

异分母分数加法的计算法则:异分母分数相加,先通分,化成同分母分数,再按照同分母分数加法的计算方法进行计算,要把计算结果化成最简分数。

2. 异分母分数的减法

同异分母分数的加法一样,异分母分数的减法,首先要将分数换算成同分母的分数,即通分使两个分数的分数单位相同,然后让分子相减,分母不变。

导学点睛

易错点:忘记分子和分母要同时乘相同的数。通分时,先以原来分母的最小公倍数为公分母,再看原来分数的分母变成公分母要乘几,分子也要乘相同的数。

记住常见的几种找公分母的方法,可以快捷地完成通分。

异分母分数相加减,先通分的目的是把分数化成分数单位相同的分数,否则分数单位不同,不能直接进行加减。

巧记规律:

分数加减法的计算法则

分数加减很简单,
统一单位是关键。
同分母分数相加减,
只把分子相加减,
分母大小不改变。
异分母分数相加减,
先通分来后计算。

异分母分数减法的计算法则:异分母分数相减,先通分,化成同分母分数,再按照同分母分数减法的计算方法进行计算,计算结果要化成最简分数。

三、异分母分数连加、连减、加减混合运算

1. 异分母分数连加的计算方法

异分母分数连加,可以按照从左往右的顺序依次相加,也可以将所有的分数一次性通分,再相加。最后要把计算结果化成最简分数。

2. 异分母分数连减、加减混合运算

(1)异分母分数连减,按照从左往右的顺序依次计算。几个分数可以一次性通分计算,也可以分步通分、分步计算。

(2)分数加减混合运算的运算顺序与整数加减混合运算的运算顺序相同,有括号的先算括号里面的,再算括号外面的。

3. 分数加减混合运算的简便计算

整数加法的运算定律在分数加法中同样适用。运用加法的运算定律能够快速、合理、巧妙地使一些计算简便。

①加法交换律:两个分数相加,交换加数的位置,它们的和不变。

②加法结合律:三个分数相加,先把前两个分数相加,再与第三个分数相加,或者先把后两个分数相加,再与第一个分数相加,它们的和不变。

③减法的性质:一个数连续减去几个数等于这个数减去这几个数的和。

在进行分数加减法的简便计算时,通常要先观察有没有相同分母的分数,如果有则要运用运算定律把同分母的分数移到一起先计算。移动的口诀是“带符号搬家”。

三 包装盒——长方体和正方体

一、长方体和正方体

1. 长方体的特征

(1) 两个面相交的线叫作棱,三条棱相交的点叫作顶点。

(2) 长方体有 6 个面,并且每个面都是长方形(特殊情况下有两个相对的面是正方形)。

(3) 长方体有 12 条棱,相对的 4 条棱的长度相等。

(4) 长方体有 8 个顶点。

(5) 从一个方向观察一个长方体,最多能同时看到 3 个面。相交于一个顶点的三条棱的长度,分别叫作长方体的长、宽、高。

长方体的棱长之和 = 长 $\times 4$ + 宽 $\times 4$ + 高 $\times 4 = (\text{长} + \text{宽} + \text{高}) \times 4$

2. 正方体的特征

(1) 正方体有 6 个面,它们是完全相同的正方形。

(2) 正方体有 12 条棱,所有棱的长度都相等。

(3) 正方体有 8 个顶点。

公式: 正方体的棱长之和 = 棱长 $\times 12$

正方体的棱长 = 正方体的棱长之和 $\div 12$

二、长方体和正方体的表面积

1. 长方体的表面积

长方体 6 个面的总面积,叫作它的表面积。

长方体有 6 个面,且相对的两个面完全相同。从一个方向观察一个长方体,最多能同时看到 3 个面,只要计算出这三个面的面积,就能算出长方体的表面积。

公式:

长方体前、后每个面的面积 = 长 \times 高

长方体上、下每个面的面积 = 长 \times 宽

长方体左、右每个面的面积 = 宽 \times 高

长方体的表面积 = 长 \times 宽 $\times 2$ + 宽 \times 高 $\times 2$ + 长 \times 高 $\times 2 = (\text{长} \times \text{宽} + \text{宽} \times \text{高} + \text{长} \times \text{高}) \times 2$

2. 正方体的表面积

(1) 正方体 6 个面的总面积,叫作它的表面积。

(2) 正方体 6 个面是完全相同的正方形,只要计算出一个面的面积,乘 6 就可算出正方体的表面积。

公式:

正方体的表面积 = 棱长 \times 棱长 $\times 6$

导学点睛

长方体的 6 个面中,相对的两个面完全相同。

正方体是特殊的长方体。

计算长方体某个面的面积时,注意根据相对的 4 条棱的长度相等,把长方体的长、宽、高对应到要计算的面上。对于看不到的面要利用“相对的两个面完全相同”转化到能看到的面上。

简记长方体表面积公式:长、宽、高交叉相乘再相加,最后加括号乘 2。

无论是计算长方体的表面积或计算正方体的表面积,都要根据实际情况进行计算,注意面的个数是几个。

三、体积、容积单位及进率

1. 体积、体积单位间的进率

(1) 体积的意义:物体所占空间的大小叫作物体的体积。

(2) 体积单位:常用的体积单位有立方厘米、立方分米和立方米,用字母表示分别为 cm^3 , dm^3 , m^3 。

① 棱长为 1 厘米的正方体,体积是 1 立方厘米。

如,一个手指尖的体积大约是 1 立方厘米,1 粒花生米的体积大约是 1 立方厘米。

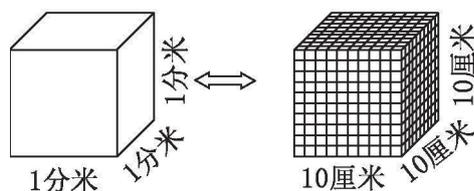
② 棱长为 1 分米的正方体,体积是 1 立方分米。

如,一个粉笔盒的体积大约是 1 立方分米。

③ 棱长为 1 米的正方体,体积是 1 立方米。如,装 29 英寸电视机的纸箱的体积大约是 1 立方米。

(3) 体积单位之间的进率。

计量一个物体的体积,要看这个物体含有多少个“体积单位”。



1 分米 = 10 厘米,两个正方体的棱长相等,体积就相等。

棱长是 10 厘米的正方体里有 $10 \times 10 \times 10 = 1000$ (个) 棱长为 1 厘米的正方体,棱长是 10 厘米的正方体,体积是 1000 立方厘米。

1 立方分米 = 1000 立方厘米

用同样的方法可推出:

1 立方米 = 1000 立方分米

2. 容积及容积单位之间的进率

(1) 容积的意义:容器所能容纳物体的体积,叫作它们的容积。

(2) 容积单位有升和毫升,分别用字母 L 和 mL 表示。计量物体的大小一般用体积单位,计量液体的体积常用容积单位。

(3) 1 升 = 1 立方分米 1 毫升 = 1 立方厘米 1 升 = 1000 毫升。

四、长方体和正方体的体积

1. 长方体、正方体的体积公式

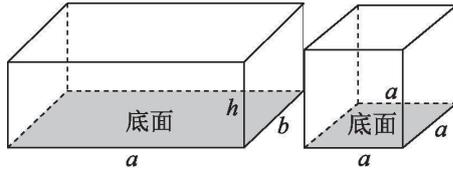
所有的物体都占有一定的空间。

立方厘米、立方分米、立方米,都是计量物体体积的单位,在计量一个物体的体积是多少时,就是看被测量的物体包含多少个什么样的体积单位,从而知道物体的体积是多少。

用棱长是 1 厘米的小正方体拼图形,用了几个小正方体,拼成的图形的体积就是几立方厘米。

大单位化小单位乘进率;小单位化大单位,除以进率。

在填合适的单位时,先看该物体装的是液体还是固体,液体用容积单位,固体用体积单位,再看该物体的大小,大则用升或立方米作单位,小则用毫升或立方厘米作单位。



长方体的体积=长×宽×高,用字母表示: $V=abh$ 。

正方体的体积=棱长×棱长×棱长,用字母表示: $V=a \cdot a \cdot a=a^3$ 。

(1)也可以把 $a \cdot a \cdot a$ 写作“ a^3 ”,读作“ a 的立方”,表示3个 a 相乘。正方体的体积公式一般写成: $V=a^3$ 。

(2)长方体和正方体底面的面积叫作它们的底面积。用 S 表示底面积, V 表示体积, h 表示高,则:

长方体(或正方体)的体积=底面积×高,用字母表示: $V=Sh$ 。

2.长方体、正方体体积公式的变形

长方体的高=体积÷(长×宽),即 $h=V \div (a \times b)$ 。

长方体的宽=体积÷(长×高),即 $b=V \div (a \times h)$ 。

长方体的长=体积÷(宽×高),即 $a=V \div (b \times h)$ 。

3.长方体、正方体容器的容积计算

长方体或正方体容器的容积计算方法与体积的计算方法相同,但要从容器里面量长、宽、高。

4.等体积变化问题

生活中经常遇到一些物体(固体或液体)的形状发生了变化。但在变化的过程中,体积是没有变化的。

五、测量不规则物体的体积

1.用排水法可以测量不规则物体的体积,放入不规则物体(被完全淹没)后水面上升,上升的那部分水的体积就是不规则物体的体积。

2.拿出放入水中的不规则物体(被完全淹没)水面下降,下降的那部分水的体积就是不规则物体的体积。

已知长方体(正方体)的长、宽、高(棱长),就可以直接运用长方体(正方体)的体积公式进行计算。

在解答形状变化问题时,要抓住体积不变这个关键点进行解答。

用排水法测量不规则物体的体积时,根据水的体积不变,而物体占用了水的空间,则排出水的体积就等于物体占水的空间,即物体的体积。

四 小手艺展示——分数乘法

一、分数乘法的意义

1. 分数乘整数的意义:求几个相同加数(分数)和的简便运算。
2. 一个数乘分数的意义:表示求这个数的几分之几是多少。

例如: $6 \times \frac{5}{12}$,表示求6的 $\frac{5}{12}$ 是多少。

$\frac{2}{7} \times \frac{7}{8}$,表示求 $\frac{2}{7}$ 的 $\frac{7}{8}$ 是多少。

二、分数乘法的计算法则

1. 分数乘整数的计算方法:分子与整数相乘,分母不变。

例如: $6 \times \frac{5}{12} = \frac{6 \times 5}{12} = \frac{5}{2}$

2. 分数乘分数的计算方法:用分子相乘的积作分子,分母相乘的积作分母。

例如: $\frac{2}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{2 \times 7}{7 \times 8} = \frac{1}{4}$

三、分数乘法的特点

比较积和因数的大小:

- (1) 一个数(0除外)乘比1大的数,积就大于这个数。
- (2) 一个数(0除外)乘比1小的数,积就小于这个数。
- (3) 一个数(0除外)乘1,积就等于这个数。

四、倒数

1. 倒数的意义。

乘积是1的两个数互为倒数。倒数表示两个数之间的关系,这两个数是相互依存的,不能单独存在。

2. 求一个数倒数的方法。

(1) 求一个数的倒数(0除外),就是把这个数的分子、分母交换位置。

(2) 求小数的倒数的方法:把小数化为分数后再交换分子、分母的位置。

3. 1的倒数是1,0没有倒数。

4. 真分数的倒数一定大于1,假分数的倒数小于或等于1,一个非0自然数的倒数一定小于1。

五、解决实际中的分数乘法问题

1. 分数应用题的一般解题步骤。

- (1) 找出含有分率的关键句。
- (2) 找出单位“1”的量。

导学点睛

例如: $\frac{2}{3} \times 3$,表示求3个 $\frac{2}{3}$

相加的和是多少。

注意:得到的结果要化成最简分数。

分数乘整数时,可以把分数看作分母是1的假分数,进行约分计算。

分子、分母是互质数的

分数叫作最简分数。如 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$

都叫作最简分数。

0与任何数相乘的积都等于0。

强调:互为倒数,即倒数是两个数的关系,它们互相依存,倒数不能单独存在。

找单位“1”的量:在含有分数(分率)的语句中,感悟哪个是整体,把谁给平均分了,分率前面对应的量就是单位“1”对应的量,找关键词“占”是“比”字后面的量是单位“1”。

(3)根据线段图写出等量关系式:单位“1”的量 \times 对应分率=对应量。

(4)根据已知条件和问题列式解答。

2. 分数的连乘。

解决分数连乘时,先找出具体的数量,一般是单位“1”,再看比较量与单位“1”的关系,确定另一个单位“1”,最后根据第三种量与单位“1”的关系计算。

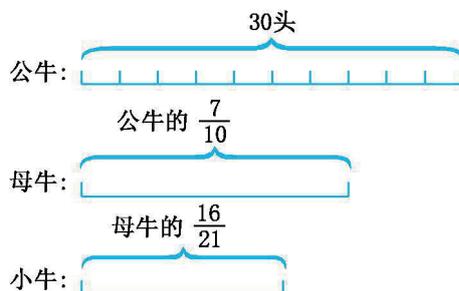
注:可以通过画图的方法找到单位“1”。

画图时,先找出单位“1”,再把单位“1”平均分成和分母相同的份数,最后把分子的份数表示出来。

如公牛有 30 头,母牛的头数相当于公牛的 $\frac{7}{10}$,小牛的

数相当于母牛的 $\frac{16}{21}$,小牛有多少头?

要求小牛的个数,就要知道母牛的数量。母牛的头数又和公牛的头数有关,先画一条线段,表示公牛的头数;再画一条线段,表示母牛的头数;根据小牛和母牛的关系,画出表示小牛的个数。



可得:小牛的个数=公牛头数 $\times\frac{7}{10}\times\frac{16}{21}$ 。

线段图是分析问题的最佳方法,先确定第一个单位“1”,根据第一个单位“1”确定第二个单位“1”,再表示出未知量。线段图可以直观表示出数量关系。

五 摸球游戏——可能性

一、有些事情的发生是确定的,有些是不确定的

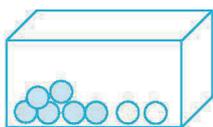
可能性 $\left\{ \begin{array}{l} \text{可能 (不确定)} \\ \text{不可能} \\ \text{一定} \end{array} \right\} \text{(一定)}$

二、事件发生的机会(或概率)有大小

可能性 $\left\{ \begin{array}{l} \text{大 数量多} \\ \text{小 数量少} \end{array} \right.$

三、客观事件中,“不可能”出现的现象用数据表示为“可能性是0”;客观事件中,“一定能”出现的现象用数据表示为“可能性是1”;当可能性是相等的时候,用数据表述是“ $\frac{1}{2}$ ”

四、典例



任意摸出一个球,可能有()种结果,摸到()球的可能性小。

任意摸出两个球,可能有()种结果,把它们画出来是_____。



思路分析:

(1)任意摸出一个球,有两种结果,摸到白球的可能性小。

(2)任意摸出两个球,有三种结果:2蓝,2白,1蓝1白。

答案:

(1)有(2)种结果;摸到(白)球的可能性小。

(2)任意摸出两个球,有三种结果。

画图表示如下:



导学点睛

有些事件发生的结果可以预测,有些不可以预测。

事件发生的可能性是有大有小的,可能性的大小与事件的基础条件及发展过程等许多因素有关。

本题考查的是可能性大小的判断,解决这类题目要注意具体情况具体分析。

六 布艺兴趣小组——分数除法

一、分数除法

1. 分数除法的意义与整数除法的意义相同:已知两个因数的积与其中一个因数,求另一个因数的运算。

2. 一个数除以不为0的数等于乘这个数的倒数。

3. 比较商与被除数的大小。

除数小于1(0除外),商大于被除数;

除数等于1,商等于被除数;

除数大于1,商小于被除数。

4. 分数四则混合运算的运算顺序。

(1)先算乘除,再算加减,有括号的先算括号里面的,同级运算按从左到右的顺序计算;

(2)分数连除运算可转化成连乘运算,能约分的先约分,再计算;

(3)在进行分数运算时,运用运算律可以使计算简便。

5. 运用分数除法解决问题。

知识点一:“已知一个数的几分之几是多少,求这个数”的问题的解法。

方程解法:找出单位“1”,设未知量为 x ,找出题中的数量关系;列出方程。

算术法:(1)找出单位“1”;

(2)找出已知量和已知量占单位“1”的几分之几;

(3)列除法算式,即已知量 \div 已知量占单位“1”的几分之几=单位“1”的量。

知识点二:“已知比一个数多(或少)几分之几的数是多少,求这个数”的问题。

解题方法:

(1)用方程解:把一个数设为未知量 x ,根据题目中的数量关系列出方程。

(2)算术法解:把一个数看作单位“1”,先计算出已知量占单位“1”的几分之几,已知量 \div 已知量占单位“1”的几分之几=单位“1”的量。

知识点一、二总结:

(1)找单位“1”的关键词。

(2)单位“1”已知用乘法,单位“1”未知用除法。

知识点三:“已知一个数是另一个数的几分之几与这两个数的和,求这两个数”的问题的解法。

解题方法:

(1)用方程解:找到题中数量间的等量关系,设单位“1”的量为 x ,列出方程。

(2)用算术法解:找到题中的单位“1”,计算出两个数的和占单位“1”的几分之几,两个数的和 \div 两个数的和占单位“1”的几分之几=单位“1”的量。

导学点睛

分数除法算式中出现小数时要先化成分数、假分数,再计算。

在进行分数运算时,可运用运算律使计算简便。

解决分数除法问题的关键是找准单位“1”,求单位“1”时用具体的数除以它所占的分率,得出的就是比较量。

基本的数量关系:

比较量 \div 标准量=分率。

用方程解决问题时,未知量用 x 代替,参与列式。

基本的数量关系:

分率对应的比较量 \div 分率=标准量。

用方程解与用算术法解题的不同点:用方程解,未知量参与列式;用算术法解,未知量不参与列式。

基本的数量关系:

两个数的和 \div (1+一个数是另一个数的几分之几)=另一个数

知识点四:工程问题。

解决工程合修天数问题的方法:

一设:设这项工程为具体的数量或者单位“1”;

二列:根据“工作总量÷两队工作效率之和=工作时间”列式;

三算:计算并验算写答。

二、典例讲解

例1 学校组织爬山活动,小明上山平均每小时走2.4千米。原路返回时,下山平均每小时走3.5千米。小明上山、下山的平均速度是多少?

思路分析:把路程看作单位“1”,那么小明上山用了

$1 \div 2.4 = \frac{5}{12}$ (时),下山用了 $1 \div 3.5 = \frac{2}{7}$ (时)。根据平均速度的公

式:(上山路程÷下山路程)÷(上山时间÷下山时间)=平均速度。

答案:

$$(1 \div 1) \div (\frac{5}{12} \div \frac{2}{7}) = \frac{168}{59} \text{(千米)}$$

答:小明上山、下山的平均速度是 $\frac{168}{59}$ 千米。

例2 一批货物,第一次运走总数的 $\frac{1}{5}$,第二次运走总数的

$\frac{1}{4}$,还剩下143吨。这批货物共有多少吨?

思路分析:

量、率的对应关系:货物的总质量 \longleftrightarrow “1”,第一次运走的质量 $\longleftrightarrow \frac{1}{5}$;第二次运走的质量 $\longleftrightarrow \frac{1}{4}$;两次共运走的质量 $\longleftrightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$;还剩下143吨 $\longleftrightarrow 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4}$ 。

$$\text{答案: } 143 \div (1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4})$$

$$= 143 \div \frac{11}{20}$$

$$= 260 \text{(吨)}$$

答:这批货物共有260吨。

解决工程问题,把工作总量看作单位“1”,然后按照份数计算。

把上山和下山的总路程看作单位“1”,来回的路程就是 $1 \div 1 = 2$,除以时间和就是平均速度。

量、率对应关系的训练是解较复杂分数应用题的重要环节。根据应用题的已知条件发挥联想,找出各种量、率间接的对应关系,为正确解题铺平道路。

七 人体的奥秘——比

一、比值的意义

1. 比中,比号(:)前面的数叫作前项,比号后面的项叫作后项,比号相当于除号。

2. 比的前项除以后项的商叫作比值,比值通常用分数、小数和整数表示。

3. 求几个数的连比的方法。

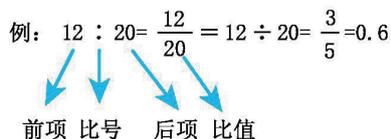
如已知甲数与乙数的比是 5:6,乙数与丙数的比是 8:7,求甲、乙、丙三个数的连比。

$$\begin{array}{rccccccc} \text{甲} & : & \text{乙} & : & \text{丙} & & \\ 5 & : & 6 & & & & \\ & & & 8 & : & 7 & \\ (5 \times 8) & : & 48 & : & (7 \times 6) & & \\ 40 & : & 48 & : & 42 & & \end{array}$$

化简:20:24:21

4. 比表示的是两个数的关系,可以用分数表示,写成分数的形式,读作几比几。

例: $12 : 20 = \frac{12}{20} = 12 \div 20 = \frac{3}{5} = 0.6$



12:20 读作:12 比 20

比和比值的区别:比值是一个数,通常用分数表示,也可以是整数或小数。

5. 比的基本性质:比的前项和后项同时乘或除以相同的数(0 除外),比值不变。

6. 化简比:化简之后结果还是一个比,不是一个数。

(1)化简整数比:找前项和后项的最大公因数,前项、后项同时除以最大公因数,化成最简整数比。

(2)化简分数比:找前项和后项分母的最小公倍数,前项、后项同时乘最小公倍数,再化成最简整数比。

(3)化简小数比:把小数转化成整数,再化简整数比。

(4)整数和整数的比:前、后项除以它们的最大公因数。

(5)整数和分数的比:前、后项乘分母,再化简。

(6)整数和小数的比:先把前、后项化成整数,再化简。

(7)小数和分数的比:把小数化成分数,再按分数与分数的比化简,或者把分数化成小数,再按小数和小数的比来化简。

求比值:把比号写成除号再计算,结果是一个数(或分数),相当于商,不是比。

7. 比和除法、分数的区别:

除法	被除数	除号(÷)	除数(不能为0)	商不变的性质	除法是一种运算
分数	分子	分数线(—)	分母(不能为0)	分数的基本性质	分数是一个数
比	前项	比号(:)	后项(不能为0)	比的基本性质	比表示两个数的关系

用语言描述:比的前项相当于除法的被除数,相当于分数的分子;比号相当于除号,相当于分数线;比的后项相当于除法的除数,相当于分数的分母;比值相当于除法的商,相当于分数

导学点睛

两个数相除又叫作两个数的比。

比的后项不能为 0。

连比时,先求出表示相同量的两个数的最小公倍数,再根据比的基本性质计算出表示另外两种量的数,最后把几种量的比化简成最简整数比。

比是一个式子,表示两个数的关系,可以写成比,也可以写成分数的形式。

有些比的单位不同,化简时先统一单位。如 3 米:50 厘米=300 厘米:50 厘米=6:1。

商不变性质:被除数和除数同时乘或除以相同的数(0 除外),商不变。

的值。

二、按比分配

1. 意义。

在农业生产和日常生活中,常常需要把一个数量按照一定的比来进行分配。这种分配的方法通常叫作按比分配。

2. 解决按比分配应用题的方法:

(1) 转化法:

一般是把几个数的比转化成几个数分别占总数的几分之几,再根据分数乘法的意义,求出这几个数。

(2) 把比化为分数,用分数来解答:

找出已知部分的份数;求另外部分占已知部分的几分之几;用分数乘法求出另一部分是多少。

(3) 用比的知识来解答:

求出部分之间的份数差;求出每个部分占份数差的几分之几;用分数乘法求出每个部分是多少。

3. 典例讲解。

(1) 甲、乙、丙三人合租一辆车运送同样的货物从 A 地到 B 地,甲在全程的 $\frac{1}{3}$ 处卸货,乙在行程刚好一半的地方卸货,只有丙运到终点,共付运费 440 元,他们该怎样分摊运费比较合理?各自分摊的运费是多少元?

思路分析:

此题要分配的总量是 440 元,根据甲在全程的 $\frac{1}{3}$ 处卸货,乙在行程刚好一半的地方卸货,只有丙运到终点,可得出甲、乙、丙三人合租这辆车需按照卸货地点的远近分摊运费,运费的比是 $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}:1$,即 2:3:6,先求出总份数,再分别求出甲、乙、丙分摊的运费占总运费的几分之几,进而分别求得甲、乙、丙分摊的运费。

答案:

甲、乙、丙分摊运费的比: $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}:1=2:3:6$

总份数: $2+3+6=11$ (份)

甲分摊的运费: $440 \times \frac{2}{11}=80$ (元)

乙分摊的运费: $440 \times \frac{3}{11}=120$ (元)

丙分摊的运费: $440 \times \frac{6}{11}=240$ (元)

答:他们应该按照卸货地点的远近分摊运费比较合理,甲分摊的运费是 80 元,乙分摊的运费是 120 元,丙分摊的运费是 240 元。

分数的基本性质:分子和分母同时乘或除以相同的数(0 除外),分数的大小不变。

方法:首先求出各部分占总量的几分之几,然后求出总量的几分之几是多少。

按比分配应用题:

题型 1:已知各种量,求比。

题型 2:已知比和其中一个量,求其他量。

题型 3:已知比和总量,求每一份的量。这是按比分配的基本题型,也是小学阶段能解决的比的基本问题。

看成份数时,要注意份数与部分量之间要对应准确。

八 中国的世界遗产——分数四则混合运算

分数四则混合运算

1. 运算顺序:

(1) 同级运算,从左到右。

小技巧:可以随便调换位置,但要连同数字前面的运算符号一起调换。

对于二级运算,遇“÷”先变“ \times ”,除数变倒数,“一线到底”约分到最简分数。所谓“一线到底”,在加减法中,先通分再计算;在乘除法中,遇“除”变“乘”,一次性约分,约到不能再约分为止。

(2) 异级运算,先乘除,后加减。

(3) 有括号,要先算小括号里面的,再算中括号里面的,最后算中括号外面的。

2. 简便运算。

在分数四则混合运算中,可以运用整数运算律,使计算简便。

加法交换律: $a+b=b+a$

加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$

乘法交换律: $ab=ba$

乘法结合律: $(ab)c=a(bc)$

乘法分配律: $a(b+c)=ac+bc$

3. 审题技巧。

分数乘法的意义在文字题中是个“陷阱”,比如5吨多 $\frac{4}{5}$ 是

多少吨?

这道题中的“比5吨多 $\frac{4}{5}$ ”不是“差比”,而是“倍比”,一不小心

就会列成 $5+\frac{4}{5}$,正确的列式为 $5+5\times\frac{4}{5}$ 。

4. 用方程解文字题是一种顺向思维的列式,在解决问题过程中可以把未知数用 x 代替,找出等量关系,然后把 x 作为已知量参与运算,最终得到等式求出未知量。

典例讲解

修一条路,第一天修了全长的 $\frac{1}{3}$,第二天修了全长的 $\frac{1}{4}$,第

一天比第二天多修了300米,这条路长多少米?

思路分析:

根据“第一天比第二天多修了300米”可以列出等量关系式,即“第一天修的长度-第二天修的长度=300米”,把全长看作单位“1”,列出方程计算。

答案:

解:设这条路长 x 米。

导学点睛

除了学过的运算律,还可以用下面的方法简算。

减法的性质:

$$a-b-c=a-(b+c)$$

$$\text{或 } a-(b+c)=a-b-c$$

除法的性质:

$$a\div b\div c=a\div(b\times c)\text{或}$$

$$a\div(b\times c)=a\div b\div c$$

正确区分分数和分率,才能解答正确。

首先判断单位“1”的量:知道单位“1”的量(用乘法),不知道单位“1”的量(用除法),为确定解题方法奠定基础;然后会把“比”字句转化成“是”字句;最后能将省略式的分率句换成比较详细的句子的能力。

未知数的设法:

在分数应用题中,我们设单位“1”为 x ,在有比的问题中,设1份数为 x ;在有和的问题中,设其中任意一个为 x ,比如说两个班共有50人,设其中一个班有 x 人,则另一个班就有 $(50-x)$ 人。

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x = 300$$

$$\frac{1}{12}x = 300$$

$$x = 300 \div \frac{1}{12}$$

$$x = 3600$$

答:这条路长 3600 米。

5. 分数应用题主要讨论的是以下三者之间的关系:

(1) 分率:表示一个数是另一个数的几分之几,这几分之几通常称为分率。

(2) 标准量:解答分数应用题时,通常把题目中作为单位“1”的那个数,称为标准量。(也叫单位“1”的数量)

(3) 比较量:解答分数应用题时,通常把题目中同标准量比较的那个数,称为比较量。(也叫分率对应的数量)

6. 分数应用题的分类。

(1) 求一个数的几分之几是多少。(解这类应用题用乘法)

这类问题特点是已知单位“1”的数量,求它的几分之几是多少,它反映的是整体与部分之间的关系。

(2) 已知一个数的几分之几是多少,求这个数。(解这类应用题用除法)

这类问题特点是已知一个数的几分之几是多少,求单位“1”的量。

(3) 求一个数是另一个数的几分之几。(解这类应用题用除法)

这类问题特点是已知两个数量,比较它们之间的倍数关系。

7. 稍复杂的分数问题:

(1) 已知甲数,乙数比甲数的几分之几多(或少)多少,求乙数。

(2) 已知总数,甲数是总数的几分之几,乙数是总数的几分之几,求甲数、乙数的和或者差。(两种关系式,两种思路)

(3) 已知总数,其中甲数是总数的几分之几,求剩下的。(两种关系式,两种思路)

(4) 已知甲数和乙数比甲数多(或少)几分之几,求乙数。(两种关系式,两种思路)

(5) 已知一个数的几分之几是多少,求这个数,既可以用除法计算,也可以列方程解答。

解决分数应用题时:

先要弄清两个概念:带

单位的分数和不带单位的

分数。带单位的分数,如 $\frac{3}{4}$ 吨,

叫数量,表示一个物体的具

体的数量。不带单位的分数,

如 $\frac{3}{4}$,叫分率,它表示一个数

的几分之几。

应用题解题思路:

第一步:确定单位“1”。
找单位“1”的方法:找到题中不带单位的分数的那句话,“谁”的几分之几,那个“谁”就是单位“1”。
第二步:确定乘除法。直接或间接告诉单位“1”的或可直接算出单位“1”的,用乘法;单位“1”是未知的,用除法。
第三步:列式。第四步:检查。

九 爱护眼睛——复式统计图

一、复式条形统计图

1. 认识复式条形统计图

(1)用两种以上的直条表示不同数量的条形统计图,叫复式条形统计图。

(2)复式条形统计图不仅可以直观地看出同一项目数据的多少,而且便于比较不同项目数据的多少。

2. 绘制复式条形统计图

(1)在统计图的正上方写上统计图的标题,标题的右下方写上制表日期。

(2)确定横轴和纵轴;如横轴表示年龄,纵轴表示人数。

(3)在统计图的右上方用不同的颜色或底纹的直条标明图例。

(4)在横轴上适当分配条形的位置,注意每个数据段要对应两个等宽且挨着的条形格,且每两个数据段的间隔要相等。

(5)在纵轴上确定单位长度。(与单式条形统计图的方法相同)

(6)根据数据的大小画出长短不同的直条,标上数据,并且给直条涂上与图例相同的颜色或底纹。

二、复式折线统计图

1. 复式折线统计图

折线统计图分单式折线统计图和复式折线统计图。把两条相关的折线统计图画在一个图中的统计图是复式折线统计图。

当统计数量存在两组数据,而又需要在一个统计图中分析这两组数据间的增减变化时,就要绘制复式折线统计图。

2. 复式折线统计图的优点

复式折线统计图不仅能表示出两组数据数量的多少和数量增减变化的情况,而且可以比较两组数据的变化趋势。

3. 复式折线统计图的绘制方法

(1)在统计图的正上方写上标题,在标题的右下方写出制图时间。

(2)根据两组数据的大小画出横轴和纵轴。

(3)在横轴上表示出事物,在纵轴上确定单位长度。

(4)设计图例并将其放在标题的右下角或日期的下面。

(5)根据数据的大小描出各数据的对应点,根据图例连接各个点。

三、复式折线统计图的分析方法

分析复式折线统计图时,要重点分析两组数据在什么时间达到最多或最少;两组数据上升趋势和下降趋势的时间段及变化快慢情况是什么;两组数据相比谁变化得更快些。

导学点睛

如果设计统计图的目的不仅要求看出数据的多少,还要求对比不同项目的数据,则一定要选用复式条形统计图。

复式折线统计图有利于对两组相关数据变化的比较。

绘制复式折线统计图时,要注意按照顺序逐次连接,不要遗忘数据点。