



— 小手艺展示 —— 分数乘法

一、分数乘法的意义

1. 分数乘整数的意义:求几个相同(分数)加数和的简便运算。

2. 一个数乘分数的意义:表示这个数的几分之几是多少。

例如: $6 \times \frac{5}{12}$,表示6的 $\frac{5}{12}$ 的和。

$\frac{2}{7} \times \frac{7}{8}$,表示 $\frac{2}{7}$ 的 $\frac{7}{8}$ 是多少。

二、分数乘法的计算法则

1. 分数乘整数的计算方法:分子与整数相乘,分母不变。

例如: $6 \times \frac{5}{12} = \frac{6 \times 5}{12} = \frac{5}{2}$

2. 分数乘分数的计算方法:用分子相乘的积作分子,分母相乘的积作分母。

例如: $\frac{2}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{2 \times 7}{7 \times 8} = \frac{1}{4}$

(1)分数化简的方法:分子、分母同时除以它们的最大公因数。

(2)在乘的过程中约分,是把分子、分母中,两个可以同时约分的数先画去,再分别在它们的上、下方写出约分后的数。(约分后分子和分母必须不再含有公因数,这样计算后的结果才是最简分数)

三、分数乘法的特点

比较积和因数的大小:

(1)一个数(0除外)乘比1大的数,积就大于这个数。

(2)一个数(0除外)乘比1小的数,积就小于这个数。

(3)一个数(0除外)乘1,积就等于这个数。

四、倒数

1. 倒数的意义。

乘积是1的两个数互为倒数。倒数表示两个数之间的关系,这两个数是相互依存的,不能单独存在。

2. 求一个数倒数的方法。

(1)求一个数的倒数(0除外),就是把这个数的分子、分母交换位置。

(2)求小数的倒数的方法:把小数化为分数后再交换位置。

3. 1的倒数是1,0没有倒数。

4. 真分数的倒数一定大于1,假分数的倒数小于或等于1,一个非0自然数的倒数一定小于1。

导学点睛

例如: $\frac{2}{3} \times 3$,表示:3个 $\frac{2}{3}$ 相加

的和。

注意:得到的结果要化到最简。

分数乘整数时,可以把分数看作分母是1的假分数,进行约分计算。

分子、分母是互质数的分数叫作最简分数。

如 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ 都叫作最简分数。

0与任何数相乘的积都等于0。

如果几个不为0的数与不同分数相乘的积相等,那么与大分数相乘的因数反而小,与小分数相乘的因数反而大。

强调:互为倒数,即倒数是两个数的关系,它们互相依存,倒数不能单独存在。

找单位“1”的量:在含有分数(分率)的语句中,感悟哪个是整体,把谁给平均分了,分率前面对

五、解决实际中的分数乘法问题

1. 分数应用题一般解题步骤。

(1)找出含有分率的关键句。

(2)找出单位“1”的量。

(3)根据线段图写出等量关系式:单位“1”的量 \times 对应分率=对应量。

(4)根据已知条件和问题列式解答。

2. 乘法应用题有关概念。

(1)乘法应用题的解题思路:已知一个数,求这个数的几分之几是多少?

(2)找单位“1”的方法:从含有分数的关键句中找,注意“的”前“比”后的规则。当句子中的单位“1”不明显时,把原来的量看作单位“1”。

3. 分数的连乘。

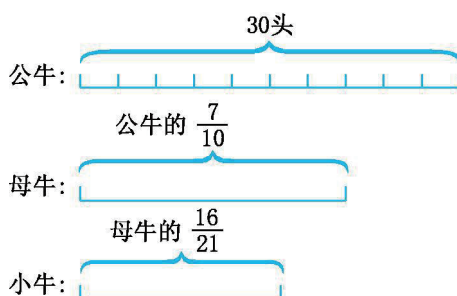
解决分数连乘时,先找出具体的数量,一般是单位“1”,再看比较量与单位“1”的关系,确定另一个单位“1”;最后根据第三种量与单位“1”的关系计算。

注:可以通过画图的方法找到整体量,也就是单位“1”。

画图时,先找出单位“1”,再把单位“1”平均分成分母份数,最后把分子的份数表示出来。

如公牛有30头,母牛的头数相当于公牛的 $\frac{7}{10}$,小牛的头数相当于母牛的 $\frac{16}{21}$,小牛有多少头?

要求小牛的头数,就要知道母牛的量;母牛的头数又和公牛的头数有关,先画一条线段,表示公牛的头数,再画一条线段,表示母牛的头数,根据小牛和母牛的关系,画出表示小牛的个数。



可得:小牛的头数=公牛头数 $\times\frac{7}{10}\times\frac{16}{21}$ 。

应的量就是单位“1”对应的量,找关键词“占”“是”“比”字后面的量是单位“1”。

线段图是分析问题的最佳方法,先确定第一个单位“1”,根据第一个单位“1”确定第二个单位“1”,再表示出未知量。线段图可以直观表示出数量关系。

二 摸球游戏——可能性

一、有些事情的发生是确定的,有些是不确定的

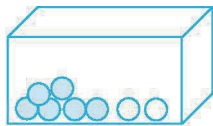
可能性 $\left\{ \begin{array}{l} \text{可能 (不确定)} \\ \text{不可能} \\ \text{一定} \end{array} \right\} \text{(一定)}$

二、事件发生的机会(或概率)有大小

可能性 $\left\{ \begin{array}{l} \text{大 数量多} \\ \text{小 数量少} \end{array} \right.$

三、客观事件中,“不可能”出现的现象用数据表示为“可能性是 0”;客观事件中,“一定能”出现的现象用数据表示为“可能性是 1”;当可能性是相等的时候,用数据表述是“ $\frac{1}{2}$ ”

四、典例



任意摸出一个球,可能有 () 种结果,摸到 () 球的可能性小。

任意摸出两个球,可能有 () 种结果,把它们画出来是_____。



思路分析:

(1)任意摸出一个球,有 2 种结果,摸到白球的可能性小。

(2)任意摸出 2 个球,有 3 种结果:2 蓝,2 白,1 蓝 1 白。

答案:

(1)有 2 种结果;摸到白球的可能性小。

(2)任意摸出 2 个球,有 3 种结果。

画图表示如下:



导学点睛

有些事件发生的结果可以预测,有些不可以预测。

事件发生的可能性是有大有小的,可能性的大小与事件的基础条件及发展过程等许多因素有关。

本题考查的是可能性大小的判断,解决这类题目要注意具体情况具体分析。用到的知识点为可能性等于所求情况数与总情况数之比。

解决生活现象的推理、判断的过程,先要掌握出现逻辑推理问题的解决方法,如排除法、假设法、图解法等,并加以应用。

三 布艺兴趣小组——分数除法

一、分数除法

1. 分数除法的意义与整数除法的意义相同:已知两个因数的积与其中一个因数,求另一个因数的运算。

2. 一个数除以不为0的数等于乘这个数的倒数。

3. 比较商与被除数的大小。

除数小于1,商大于被除数;

除数等于1,商等于被除数;

除数大于1,商小于被除数。

4. 分数四则混合运算的运算顺序。

(1)先算乘除,再算加减,有括号的先算括号里面的,同级运算从左到右;

(2)分数连除运算可转化成连乘运算,能约分的先约分,再计算;

(3)在进行分数运算时,运用运算律可以使计算简便。

5. 运用分数除法解决问题。

知识点一:“已知一个数的几分之几是多少,求这个数”的问题的解法。

方程解法:找出单位“1”,设未知量为 x ;找出题中的数量关系式;列出方程。

算术法:(1)找出单位“1”;

(2)找出已知量和已知量占单位“1”的几分之几;

(3)列除法算式,即已知量 \div 已知量占单位“1”的几分之几=单位“1”的量。

知识点二:“已知比一个数多(或少)几分之几的数是多少,求这个数”的问题。

解题方法:

(1)用方程解:把一个数设为未知量 x ,根据题目中的数量关系列出方程。

(2)算术法解:把一个数看作单位“1”,先计算出已知量占单位“1”的几分之几,已知量 \div 已知量占单位“1”的几分之几=单位“1”的量。

知识点一、二总结:

(1)找单位“1”的关键词。

(2)已知单位“1”用乘法,未知单位“1”用除法。

知识点三:“已知一个数是另一个数的几分之几与这两个数的和,求这两个数”的问题的解法。

解题方法:

(1)用方程解:找到题中数量间的等量关系,设单位“1”的量为 x ,列出方程。

(2)用算术法解:找到题中的单位“1”,计算出两个数的和占单位“1”的几分之几,两个数的和 \div 两个数的和占单位“1”

导学点睛

分数除法算式中出现小数时要先化成分数、假分数,再计算。

在进行分数运算时,可运用运算律使计算简便。

解决分数除法问题的关键是找准单位“1”,求单位“1”时用具体的数除以它所占的分率,得出的就是比较量。

基本的数量关系:

比较量 \div 标准量=分率。

用方程解决问题时,未知量用 x 代替,参与列式。

基本的数量关系:

分率对应的比较量 \div 分率=标准量。

用方程解与用算术法解的不同点:用方程解未知量参与列式;用算术法解未知量不参与列式。

基本的数量关系:

两个数的和 \div (1+一个数是另一个数的几分之几)=另一个数

的几分之几=单位“1”的量。

知识点四:工程问题。

解决工程合修天数问题的方法:

一设:设这项工程为具体的数量或者单位“1”;

二列:根据“工作总量 \div 两队工作效率之和=工作时间”列式;

三算:计算并验算写答。

二、典例讲解

例1 学校组织爬山活动,小明上山平均每小时走2.4千米。原路返回,下山平均每小时走3.6千米。小明上山、下山的平均速度是多少?

思路分析:把路程看作单位“1”,那么小明上山走了 $1\div 2.4=\frac{5}{12}$ (时),下山走了 $1\div 3.6=\frac{2}{9}$ (时)。根据平均速度的公式:(上山路程+下山路程) \div (上山时间+下山时间)=平均速度。

答案:

$$(1+1)\div\left(\frac{5}{12}+\frac{2}{9}\right)=\frac{168}{59}(\text{千米})$$

答:小明上山、下山的平均速度是 $\frac{168}{59}$ 千米。

例2 一批货物,第一次运走总数的 $\frac{1}{5}$,第二次运走总数的 $\frac{1}{4}$,还剩下143吨。这批货物有多少吨?

思路分析:

量、率的对应关系:货物的总质量 \leftrightarrow “1”,第一次运走的质量 $\leftrightarrow \frac{1}{5}$;第二次运走的质量 $\leftrightarrow \frac{1}{4}$;两次共运走的质量 $\leftrightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{4}$;还剩下143吨 $\leftrightarrow 1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{4}$ 。

答案:

$$\begin{aligned} & 143\div\left(1-\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right) \\ & =143\div\frac{11}{20} \end{aligned}$$

=260(吨)

答:这批货物有260吨。

解决工程问题,把工作总量看作单位“1”,然后按照份数计算。

把上山和下山的总路程看作单位“1”,来回的路程就是 $1+1=2$,除以时间和就是平均速度。

量、率对应关系的训练是解较复杂分数应用题的重要环节。根据应用题的已知条件发挥联想,找出各种量、率间接的对应关系,为正确解题铺平道路。

四 人体的奥秘——比

一、比值的意义

1. 比式中,比号(:)前面的数叫作前项,比号后面的项叫作后项,比号相当于除号。

2. 比的前项除以后项的商叫作比值,比值通常用分数、小数和整数表示。

3. 求几个数的连比的方法。

如已知甲数与乙数的比是 5 : 6,乙数与丙数的比是 8 : 7,求甲、乙、丙三个数的连比。

解题时,可先把两个比排列成下面竖式的形式,再在两个空位上填入左边或右边相邻的数(为了与比的项相区别,用括号括起来),最后将每一竖行的两个数相乘,就得出了甲、乙、丙这三个数的连比。如果这个连比中各项都含有除 1 以外的公因数,就用各项上的数除以公因数,直到它们的最大公因数是 1 为止,从而将这一连比化简。

$$\begin{array}{ccccccc} \text{甲} & : & \text{乙} & : & \text{丙} & & \\ 5 & : & & : & 6 & & \\ & & & & 8 & : & 7 \\ (5 \times 8) & : & 48 & : & (7 \times 6) & & \\ 40 & : & 48 & : & 42 & & \end{array}$$

化简:20 : 24 : 21

4. 比表示的是两个数的关系,可以用分数表示,写成分数的形式,读作几比几。

例: $12 : 20 = \frac{12}{20} = 12 \div 20 = \frac{3}{5} = 0.6$

前项 比号 后项 前项 后项 比值

12 : 20 读作:12 比 20

比和比值的区别:比值是一个数,通常用分数表示,也可以是整数、小数。

5. 比的基本性质:比的前项和后项同时乘或除以相同的数(0 除外),比值不变。

6. 化简比:化简之后结果还是一个比,不是一个数。

(1)化简整数比:找前项和后项的最大公因数,前项、后项同时除以最大公因数,化成最简整数比。

(2)化简分数比:找前项和后项分母的最小公倍数,前项、后项同时乘最小公倍数,再化简整数比。

(3)化简小数比:把小数转化成整数,再化简整数比。

(4)整数和整数的比:前、后项除以它们的最大公因数;

(5)整数和分数的比:前、后项乘分母,再化简;

(6)整数和小数的比:先把前、后项化成整数,再化简;

(7)小数和分数的比:把小数化成分数,再按分数与分数的比化简,或者把分数化成小数,再按小数和小数的比来化简。

求比值:写成除号再计算,结果是一个数(或分数),相当于商,不是比。

7. 比和除法、分数的区别:

导学点睛

两个数相除又叫作两个数的比。

比的后项不能为 0。

连比时,先求出相同量的两个数的最小公倍数,再根据比的基本性质计算出另外两种量的数,最后把几种量的比化简成最简整数比。

比是一个式子,表示两个数的关系,可以写成比,也可以写成分数的形式。

运用比的基本性质可以化简比。

根据比的前项和后项的特点可以用不同的方法化简比。

有些比的单位不同,化简时先统一单位。如 3 米 : 50 厘米 = 300 厘米 : 50 厘米 = 6 : 1。

除法	被除数	除号 (\div)	除数不能为0	商不变的性质	除法是一种运算	<p>商不变性质:被除数和除数同时乘或除以相同的数(0除外),商不变。</p> <p>分数的基本性质:分子和分母同时乘或除以相同的数(0除外),分数的大小不变。</p> <p>方法:首先求出各部分占总量的几分之几,然后求出总数的几分之几是多少。</p> <p>按比分配的方法解决实际问题的一般步骤:</p> <p>第一种类型的按比分配应用题的解题步骤可以总结为(1)求平均分得的总份数;(2)求每个部分占总数量的几分之几;(3)用分数乘法求出每部分是多少。</p> <p>按比分配应用题:</p> <p>题型 1:已知各种量,求比。</p> <p>题型 2:已知比和其中一个量,求其他量。</p> <p>题型 3:已知比和总量,求每一份的量。这是按比分配的基本题型,也是小学阶段能解决的比的基本问题。</p> <p>看成份数时,要注意份数与分量之间要对应准确。</p>
分数	分子	分数线 ($\frac{\quad}{\quad}$)	分母(不能为0)	分数的基本性质	分数是一个数	
比	前项	比号 ($:$)	后项(不能为0)	比的基本性质	比表示两个数的关系	

用语言描述:比的前项相当于除法的被除数,相当于分数的分子;比号相当于除号,相当于分数线;比的后项相当于除法的除数,相当于分数的分母;比值相当于除法的商,相当于分数的值。

二、按比分配

1. 意义。

在农业生产和日常生活中,常常需要把一个数量按照一定的比来进行分配。这种分配的方法通常叫作按比分配。

2. 解决按比分配应用题的方法:

(1) 转化法:

分率($\frac{\quad}{\quad}$) 转化比 \rightarrow 转化倍数

一般是把几个数的比转化成几个数分别占总数的几分之几,再根据分数乘法的意义,求出这几个数。

(2) 把比化为分数,用分数来解答:

找出已知数量部分的份数;求另外部分占已知数量的几分之几;用分数乘法求出另一部分是多少。

(3) 用比的知识来解答:

求出部分之间的份数差;求出每个部分占份数差的几分之几;用分数乘法求出每个部分是多少。

3. 典例讲解。

(1)甲、乙、丙三人合租一辆车运送同样的货物从A地到B地,甲在全程的 $\frac{1}{3}$ 处卸货,乙在行程刚好一半的地方卸货,只有丙运到终点,共付运费440元,他们该怎样分摊运费比较合理?

思路分析:

此题要分配的总量是440元,根据甲在全程的 $\frac{1}{3}$ 处卸货,乙在行程刚好一半的地方卸货,只有丙运到终点,可得出甲、乙、丙三人合租这辆车需按照卸货地点的远近分摊运费,运费的比是 $\frac{1}{3}:\frac{1}{2}:1$,即 $2:3:6$,先求出总份数,再分别求出甲、乙、丙分摊的运费占总运费的几分之几,进而分别求得甲、乙、丙分摊的运费。

答案:

甲、乙、丙分摊运费的比： $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} : 1 = 2 : 3 : 6$

总份数： $2 + 3 + 6 = 11$ (份)

甲分摊的运费： $440 \times \frac{2}{11} = 80$ (元)

乙分摊的运费： $440 \times \frac{3}{11} = 120$ (元)

丙分摊的运费： $440 \times \frac{6}{11} = 240$ (元)

答：他们应该按照卸货地点的远近分摊运费比较合理，甲分摊的运费是 80 元，乙分摊的运费是 120 元，丙分摊的运费是 240 元。

五 完美的图形——圆

一、圆的定义

感知圆的特征:以前学过长方形、正方形、平行四边形、梯形、三角形等,都是由线段围成的平面图形,而圆是由曲线围成的一种平面图形。

二、圆的各部分名称



1. 圆心:用圆规画出圆以后,针尖固定的一点就是圆心,通常用字母 O 表示。

2. 半径:连接圆心到圆上任意一点的线段叫作半径。一般用字母 r 表示。把圆规两脚分开,两脚之间的距离就是圆的半径。

3. 直径:通过圆心并且两端都在圆上的线段叫作直径。一般用字母 d 表示。直径是一个圆内最长的线段。

三、圆的主要特征

1. 在同圆或等圆内,有无数条半径,有无数条直径。所有的半径都相等,所有的直径都相等。

2. 在同圆或等圆内,直径的长度是半径的 2 倍,半径的长度是直径的 $\frac{1}{2}$ 。用字母表示为 $d=2r$ 或 $r=\frac{d}{2}$ 。

3. 如果一个图形沿着一条直线对折,两侧的图形能够完全重合,这个图形是轴对称图形。圆是轴对称图形且有无数条对称轴。

4. 画圆的方法:

(1)用手指画圆。以大拇指为圆心,以食指与大拇指之间的距离为半径,旋转一周所形成的图形就是圆。

(2)用线绳、图钉和笔画圆。用图钉固定线绳的一端作圆心,将笔系在线绳的另一端,拉直绳子作半径,旋转线绳一周所形成的图形就是圆。

(3)用圆规画圆。将圆规的一个针脚固定在本上作圆心,用圆规两脚间的距离作半径,旋转圆规一周所形成的图形就是圆。

(4)用物体的圆形面画圆。按住物体的圆形面,用笔在物体的圆形面的圆周上画一圈,所形成的图形就是一个圆。

四、圆的周长的认识

1. 围成圆的曲线的长叫作圆的周长。

2. 周长与圆的直径有关,圆的直径越长,圆的周长就越大。

五、圆周率的意义及圆的周长公式

1. 圆周率实验:在圆形纸片上做个记号,与直尺 0 刻度线对齐,在直尺上滚动一周,求出圆的周长。

2. 发现一般规律,就是圆周长与它直径的比值是一个固定数。

3. 圆周率:任意一个圆的周长与它的直径的比值是一个固定的数,我们把它叫作圆周率。用字母 π (pài) 表示。

4. 一个圆的周长总是它直径的 3 倍多一些,这个比值

导学点睛

圆与其他平面图形不同的,圆是曲线图形,其他图形是线段图形。

直径和半径的关系只能在同圆和等圆中。

用字母表示: $d=2r$

不能说直径是圆的对称轴。因为对称轴是一条直线。

圆心决定圆的位置,半径决定圆的大小。

半径越大,画出的圆越大。

我们通常选用圆规画圆,既便捷又准确。

可以用绳测法或滚动法找出圆的直径和周长的关系。

世界上第一个把圆周率算出来的人是我国的数学家祖冲之。

是一个固定的数。圆周率 π 是一个无限不循环小数。在计算时,一般取 $\pi \approx 3.14$ 。

5. 圆的周长公式: $C = \pi d \rightarrow d = C \div \pi$ 或 $C = 2\pi r \rightarrow r = C \div 2\pi$ 。

6. 区分周长的一半和半圆的周长:

(1) 周长的一半: 等于圆的周长 $\div 2$ 。计算方法: $2\pi r \div 2$, 即 πr 。

(2) 半圆的周长: 等于圆的周长的一半加直径。计算方法: $\pi r + 2r$, 即 $5.14 r$ 。

7. 正方形里最大的圆与正方形的关系。

两者联系: 正方形的边长 = 圆的直径, 圆的面积 = 78.5% 正方形的面积。

8. 画法:

(1) 在正方形里画最大的圆。

① 画出正方形的两条对角线; ② 以对角线的交点为圆心, 以边长为直径画圆。

(2) 长方形里最大的圆。

两者联系: 宽 = 直径

画法:

① 画出长方形的两条对角线; ② 以对角线的交点为圆心, 以宽为直径画圆。

五、常用的 3.14 的倍数

$$3.14 \times 2 = 6.28$$

$$3.14 \times 3 = 9.42$$

$$3.14 \times 4 = 12.56$$

$$3.14 \times 5 = 15.7$$

$$3.14 \times 6 = 18.84$$

$$3.14 \times 7 = 21.98$$

$$3.14 \times 8 = 25.12$$

$$3.14 \times 9 = 28.26$$

$$3.14 \times 12 = 37.68$$

$$3.14 \times 14 = 43.96$$

$$3.14 \times 16 = 50.24$$

$$3.14 \times 18 = 56.52$$

$$3.14 \times 24 = 75.36$$

$$3.14 \times 25 = 78.5$$

$$3.14 \times 36 = 113.04$$

$$3.14 \times 49 = 153.86$$

$$3.14 \times 64 = 200.96$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

$$3.14 \times 81 = 254.34$$

六、圆的面积公式

把圆拼成近似的长方形, 只是形状改变了, 图形的大小并没有发生变化, 因此圆的面积 = 拼成的近似长方形的面积。

圆的面积推导:



长方形的面积 = 长 \times 宽

圆的面积 = $\pi r \times r$

$$S = \pi r^2$$

圆可以切拼成近似的长方形, 长方形的面积与圆的面积相等 (即 $S_{\text{长方形}} = S_{\text{圆}}$); 长方形的宽是圆的半径 (即 $b = r$); 长

在判断时, 圆周长与它直径的比值是 π 倍, 而不是 3.14 倍。

一个图形的周长就是围成这个图形一周的长, 具体情况要具体分析。

在长方形或正方形内画最大圆, 关键是以对角线的交点为圆心, 以到正方形的边长或长方形宽的距离为半径。

记忆常用 3.14 的倍数, 可以使平时的计算快捷、正确。

圆的面积与以它的半径为边长的正方形的面积的关系: 以正方形的边长为半径画的圆, 正方形的面积实际就是这个圆半径的平方, 因此得出“圆的面积是它半径平方的 3 倍多一些”圆的面积大约等于半径 \times 半径 $\times 3$ 。

注意: 切拼后的长方形的周长比圆的周长多了两条半径。 $C_{\text{长方形}} = 2\pi r + 2r = C_{\text{圆}} + d$ 。

周长相等的平面图形中, 圆的面积最大; 面积相等的平面图形中, 圆的周长最短。

要求圆的面积只要知道圆的半径或者知道圆的半径的平方。

方形的长是圆周长的一半(即 $a=C\div 2=\pi r$)。

$$S_{\text{长方形}}=a \times b$$

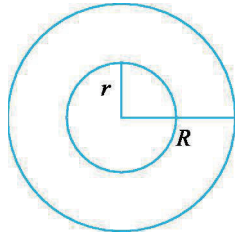


$$\begin{aligned} S_{\text{圆}} &= \pi r \times r \\ &= \pi r^2 \end{aligned}$$

所以, $S_{\text{圆}} = \pi r^2$ 。

七、圆环的意义及面积的计算

1. 圆环的意义:以同一点为圆心,半径不相等的两个圆组成的图形,两圆之间的部分就是圆环。

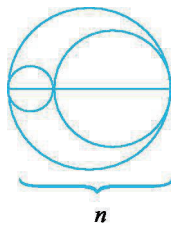


2. 圆环中半径较大的圆叫作外圆,半径较小的圆叫作内圆。外圆半径与内圆半径的差叫作环宽,两圆中间的部分的大小叫作圆环的面积。

3. 外圆的半径=内圆半径+1个环宽;外圆的直径=内圆直径+2个环宽。

4. 求圆环的面积一般是用外圆的面积减去内圆的面积,还可以利用乘法分配律进行简便计算。 $S_{\text{圆环}}=S_{\text{外圆}}-S_{\text{内圆}}=\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)$ 。

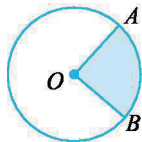
5. 几个直径和为 n 的圆的周长=直径为 n 的圆的周长(如图)。



几个直径和为 n 的圆的面积 < 直径为 n 的圆的面积。

八、扇形的认识

1. 扇形是由“一条弧”和“经过这条弧两端的两条半径”所围成的图形。



扇形是所在圆上的一部分, $\angle AOB$ 是圆心角;扇形是由两条半径和圆上一段曲线围成的。

2. 扇形与三角形的区别。

扇形是由两条半径和一条弧围成的图形;三角形是由三条线段围成的图形。尽管有的图形的两条边也是圆的半径,但是第三条边不是弧,而是线段,这样的图形不能称为扇形,它是三角形。弧是圆的一部分,是曲线,而线段是直线的一部分。

圆环的意义:

两个同心圆形成一个圆环。

设小圆和大圆(或内圆和外圆)的半径和直径分别为 r 和 R ($R>r$)

同样大小的外圆,内圆越小,圆环的面积越大。

半圆环的面积=它所在的圆环面积的一半。

单独一个圆,半径(直径)越大,周长就越大,面积也越大;如果两个圆的半径相等,那么它们的周长就相等,面积也相等。

在同一个圆中,扇形的大小与这个扇形的圆心角的大小有关,圆心角大的扇形大,圆心角小的扇形小。

在同圆或等圆中,圆心角越大,扇形越大;反之,圆心角越小,扇形就越小。

六 中国的世界遗产——分数四则混合运算

分数四则混合运算

1. 运算顺序:

(1) 同级运算,从左到右。

小技巧:可以随便调换位置,但要连同数字前面的运算符号一起调换。

对于二级运算,遇“ \div ”先变“ \times ”,除数变倒数,“一线到底”约分到最简分数。所谓“一线到底”,在加减法中,先通分再计算;在乘法中,遇“除”变“乘”,一次性约分,约到不能再约分为主。

(2) 异级运算,先乘除,后加减。

(3) 有括号,要先算小括号里面的,再算中括号里面的,最后算中括号外面的。

2. 简便运算。

在分数四则混合运算中,可以同时运用整数运算律,使计算简便。

加法交换律: $a+b=b+a$

加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$

乘法交换律: $ab=ba$

乘法结合律: $(ab)c=a(bc)$

乘法分配律: $a(b+c)=ac+bc$

3. 审题技巧。

分数乘法的意义在文字题中是个“陷阱”,比如 5 吨多 $\frac{4}{5}$ 是多少吨?

这道题中的“比 5 吨多 $\frac{4}{5}$ ”不是“差比”,而是“倍比”,一不小心就会列成 $5+\frac{4}{5}$,正确的列式为 $5+5\times\frac{4}{5}$ 。

4. 用方程解文字题是一种顺向思维的列式,在解决问题过程中可以把未知数用 x 代替,找出等量关系,然后把 x 作为已知量参与运算,最终得到等式求出未知量。

典例讲解

修一条路,第一天修了全长的 $\frac{1}{3}$,第二天修了全长的 $\frac{1}{4}$,第二天比第一天多修了 300 米,这条路长多少米?

思路分析:

根据“第一天比第二天多修了 300 米”可以列出等量关系式,即“第一天修的长度-第二天修的长度=300 米”把全长看作单位“1”,列出方程计算。

答案:

导学点睛

在第一级运算中,某两分数直接相加或相减得整数的情况除外。

除了学过的运算,还可以用下面的方法简算。

减法的性质:

$$a-b-c=a-(b+c)$$

$$\text{或 } a-(b+c)=a-b-c$$

除法的性质:

$$a\div b\div c=a\div(b\times c)\text{或}$$
$$a\div(b\times c)=a\div b\div c$$

正确区分分数和分率,才能解答正确。

首先判断单位“1”的量:知道单位“1”的量(用乘法),不知道单位“1”的量(用除法),为确定解题方法奠定基础;然后会把“比”字句转化成“是”字句;最后能将省略式的分率句换说成比较详细的句子的能力。

未知数的设法:

在分数应用题中,我们设单位“1”为 x ;在有比的问题中,设1份数为 x ;在有和的问题中,设其中任意一个为 x 都可以,比如说两个班共有 50 人,设其中一个班有 x 人。

解:设这条路长 x 米。

$$\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}x = 300$$

$$\frac{1}{12}x = 300$$

$$x = 300 \div \frac{1}{12}$$

$$x = 3600$$

答:这条路长 3600 米。

5. 分数应用题主要讨论的是以下三者之间的关系:

(1)分率:表示一个数是另一个数的几分之几,这几分之几通常称为分率。

(2)标准量:解答分数应用题时,通常把题目中作为单位“1”的那个数,称为标准量。(也叫单位“1”的数量)

(3)比较量:解答分数应用题时,通常把题目中同标准量比较的那个数,称为比较量。(也叫分率对应的数量)

6. 分数应用题的分类。

(1)求一个数的几分之几是多少。(解这类应用题用乘法)

这类问题特点是已知一个看作单位“1”的数,求它的几分之几是多少,它反映的是整体与部分之间关系的应用题。

(2)已知一个数的几分之几是多少,求这个数。(解这类应用题用除法)

这类问题特点是已知一个数的几分之几是多少的数量,求单位“1”的量。

(3)求一个数是另一个数的几分之几。(解这类应用题用除法)

这类问题特点是已知两个数量,比较它们之间的倍数关系。

7. 稍复杂的分数问题:

(1)已知甲数,乙数比甲数的几分之几多(或少)多少,求乙数。

(2)已知总数,甲是总数的几分之几,乙是总数的几分之几,求甲、乙的和或者差。(两种关系式,两种思路)

(3)已知总数,其中甲是总数的几分之几,求剩下的。(两种关系式,两种思路)

(4)已知甲数和乙数比甲数多(或少)几分之几,求乙数。(两种关系式,两种思路)

(5)已知一个数的几分之几是多少,求这个数,既可以用除法计算,也可以列方程解答。

解决分数应用题时:

先要弄清两个概念:带单位

的分数和不带单位的分数。带

单位的分数,如 $\frac{3}{4}$ 吨,叫数量,表示

一个物体的具体的数量。不带单

位的分数,如 $\frac{3}{4}$,叫分率,它表示一

个数的几分之几。

应用题解题思路:

第一步:确定单位“1”。找单位“1”的方法:找到题中不带单位的分数的那句话,“谁”的几分之几,那个“谁”就是单位“1”。第二步:确定乘除法。(1)题中直接或间接告诉单位“1”的或可直接算出单位“1”的,用乘法;(2)题中单位“1”是未知的,用除法。第三步:列式。第四步:检查。

七 体检中的百分数——百分数(一)

一、百分数的认识

1. 百分数的意义。

(1)表示一个数是另一个数的百分之几。

(2)百分数是指两个数的比,因此也叫百分率或百分比。

(3)百分数通常不写成分数形式,而采用百分号“%”,百分数后面不能带单位名称。

2. 百分数和分数的主要联系与区别。

(1)联系:都可以表示两个量的倍比关系。

(2)区别。

①意义不同:百分数只表示两个数的倍比关系,不能表示具体的数量,所以不能带单位;分数既可以表示具体的数,又可以表示两个数的关系,表示具体数时可以带单位。

②百分数的分子可以是整数,也可以是小数,如 2.5%;而分数的分子不能是小数,只能是除 0 以外的自然数。

③百分数的读法和分数的读法大体相同,也是先读分母,后读分子,但要注意读百分数的分母时,不能读成“百分之几”,而只能读作“百分之几”。

3. 百分数的写法。

通常不写成分数形式,而在原来分子后面加上“%”来表示。如 5%,20%。

4. 百分数、分数、小数的互化。

(1)小数化成百分数:把小数点向右移动两位,同时在后面添上百分号。

如 0.23、5、0.026 三个数字化成百分数是 23%、500%、2.6%。

(2)百分数化成小数:把小数点向左移动两位,同时去掉百分号。

如 20%,56%,3.7%三个数字化成小数是 0.2、0.56、0.037。

(3)百分数化成分数:先把百分数化成分数,再把百分数改写成分子是 100 的分数,能约分要约成最简分数。

如 25%、40%,化成分数是 $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ 、 $40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ 。

(4)分数化成百分数。

① 用分数的基本性质,把分数的分母扩大或缩小成分母是 100 的分数,再写成百分数形式。

如 $\frac{2}{5}$ 化成百分数形式: $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 20}{5 \times 20} = \frac{40}{100} = 40\%$ 。

② 先把分数化成小数(除不尽时,通常保留三位小数),再把小数化成百分数。

导学点睛

百分数表示两个数的关系,不表示一个具体的数,所以不能有单位。

百分号前面的数相当于分数的分子,百分号后面的数相当于分数的分母。

百分数的分子部分可以是小数、整数,可以大于 100,小于 100 或等于 100。

在进行分数、小数和百分数互化的过程中,不能改变原来数的大小。

比较百分数、分数和小数的大小时,要先将这些数转化成相同的数,再进行比较。最后结果要写成原数进行比较。

当分数的分子除以分母不能得到有限小数时,化成百分数就是一个近似数。

如发芽率、出勤率、合格率、成活率、中奖率、命中率、出生率、死亡率、优秀率、及格率、

如 $\frac{3}{4}$ 化成百分数形式: $\frac{3}{4}=3\div 4=0.75=75\%$ 。

二、常用百分率的计算

合格率 $=\frac{\text{合格产品数}}{\text{产品总数}}\times 100\%$;成活率 $=\frac{\text{成活的棵数}}{\text{总棵数}}\times 100\%$;

烘干率 $=\frac{\text{烘干后的质量}}{\text{烘干前的质量}}\times 100\%$;发芽率 $=\frac{\text{发芽种子数}}{\text{种子总数}}\times 100\%$;

达标率 $=\frac{\text{达标学生人数}}{\text{学生总人数}}\times 100\%$;

含水率 $=\frac{\text{烘干前的质量}-\text{烘干后的质量}}{\text{烘干前的质量}}\times 100\%$ 。

三、解决百分数问题的方法

1. 求一个数是另一个数的百分之几。

计算方法:把另一个数看作单位“1”,用一个数除以单位“1”。

即一个数 \div 另一个数;最后的结果化成百分数。

2. “求数 A 比数 B 多(或少)百分之几?”的实际问题。

已知条件:数 A、数 B;

求:两数差的百分数;

解题方法:(大数-小数) \div 单位“1”。

3. “数 A 比数 B 多(或少)百分之几,求数 A 是多少?”的实际问题。

已知条件:数 B、两数和(差)的百分数。

求:数 A(非单位“1”)

解题方法:数 B \times (1+百分数)——两数和的方法

数 B \times (1-百分数)——两数差的方法

4. “数 A 比数 B 多(或少)百分之几,求数 B 是多少?”的实际问题。

已知条件:数 A、两数和(差)的百分数

求:数 B(单位“1”)

解题方法:

数 A \div (1+百分数)——两数和的方法

数 A \div (1-百分数)——两数差的方法

出油率、出错率、入学率、含盐率、含糖率、增长率、近视率、收视率等最大不会超过 100%。增长率可以大于 100%。

实际生活中,人们常用增加了百分之几、减少了百分之几、节约了百分之几等来表示增加或减少的幅度。 口诀:“一减一除”。(两数的差 \div 单位“1”=百分之几)