

2021年第八届鹏程杯数学邀请赛（预赛）试题卷

初中二年级组

不定项选择题（本试卷满分120分，共25题。1-5题，每小题4分，共20分；6-25题每小题5分，共100分。每题给出的四个选项中，至少有一个正确答案，多选、错选、不选均不得分。少选且正确的，分值在正确选择支中平均分配。）

- 1. 代数式：

$$\frac{ab}{bc}, -4x, -\frac{2}{3ab}, \pi, \frac{2a-1}{3}, x+\frac{5}{y}, 0, -\frac{ab^2}{\pi}, a^2-b^2$$

中，关于单项式和多项式个数，说法正确的是（ ）。

- A. 单项式 3 个
B. 单项式 4 个
C. 单项式 5 个
D. 多项式 2 个
E. 多项式 3 个

- 2. 下列合并同类项错误的是（ ）。

- A. $6x - 4x = 2$
B. $x^4 + x^4 = x^8$
C. $4ab - 3ab = ab$
D. $2a + 3b = 6ab$
E. $2a + 2b = 4ab$

- 3. 下列运算中，正确的是（ ）。

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
B. $(a^2)^3 = a^5$
C. $a^6 \div a^3 = a^3$
D. $(-4a)^3 = -12a^3$
E. $(a^2b)^3 = a^6b^3$

- 4. 下列各式中，与 $\sqrt{2}$ 的积为有理数的是（ ）。

- A. $\sqrt{2}$
B. $\sqrt{3}$
C. $\sqrt{4}$
D. $\sqrt{6}$
E. $\sqrt{8}$

- 5. 下列 4 个判断错误的有（ ）。

- A. 25 的平方根是 5
B. $\frac{8}{27}$ 的立方根是 $\pm \frac{2}{3}$
C. 若 $a^2 = b^2$ ，则有 $a = b$
D. 带根号的数都是无理数
E. $\frac{\pi}{3}$ 是分数

- 6. 下列四组值中，是二元一次方程 $x - 2y = 1$ 的解的是（ ）。

- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$
B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -0.5 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$
D. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$
E. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

- 7. 下列因式分解中错误的是（ ）。

- A. $m^2 + n^2 = (m + n)(m - n)$ B. $-3x - 6 = -3(x - 2)$
 C. $a^2 - a = a(a - 1)$ D. $a^2 + a + 1 = a(a + 1) + 1$
 E. $x^2 - 1 = x\left(x - \frac{1}{x}\right)$

● 8. 我们已经知道, 整式可以分解成几个因式的积的形式, 类比数的整除, 整式也能被其每一个因式整除. 例如, $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$, 所以 $x^2 - 1$ 能被 $x - 1$ 整除. 下列多项式能被 $x + 1$ 整除的是 ().

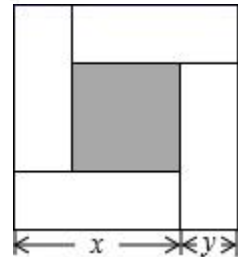
- A. $x^2 - 1$ B. $2x^2 + 2x$ C. $x(x + 1) - x + 1$
 D. $x(x + 1) - 3x - 3$ E. $x^3 - x$

● 9. 如图, 大正方形的边长为 m , 小正方形的边长为 n , x, y 表示四个相同长方形的两边 ($x > y$).

则① $x - y = n$; ② $xy = \frac{m^2 - n^2}{4}$; ③ $x^2 - y^2 = mn$; ④ $x^2 + y^2 = \frac{m^2 - n^2}{2}$, 正确是 ().

- A. ①
 B. ②
 C. ③
 D. ④

E. 没有正确的



● 10. 下列说法正确的是 ().

- A. 若 $4^x = a$, $8^y = b$, 则 $2^{4x-3y} = \frac{a^2}{b}$
 B. 若 $a^2 + b^2 = 3$, $a - b = 1$, 则 $ab = 2$
 C. 若 $mn = -2$, $m + n = 3$, 则 $m^2n + mn^2 = -6$
 D. 若 $m^2 + m - 1 = 0$, 则 $m^3 + 2m^2 + 2010 = 2011$
 E. 若 $(x + 2)(x^2 + ax + 4)$ 的运算结果中不含 x 项, 则 $a = -2$

● 11. 下列各式中, 正确的有 ().

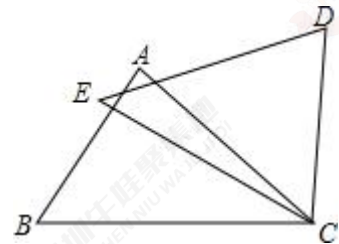
- A. $\left(\frac{3b^2}{2a}\right)^3 = \frac{3b^6}{2a^3}$
 B. $\left(\frac{2x}{x+y}\right)^2 = \frac{4x^2}{x^2+y^2}$
 C. $\frac{-a+b}{-a-b} = \frac{a+b}{a-b}$ D. $\frac{-x+y}{x-y} = -1$
 E. $\frac{(x-y)^{-2}}{(x+y)^{-2}} = \frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}$

● 12. 下列条件中, 能判定两个直角三角形全等的是 ().

- A.一条直角边和斜边分别对应相等
- B.两条直角边分别对应相等
- C.一个锐角和一条斜边分别对应相等
- D.两个锐角分别对应相等
- E.以上都不对

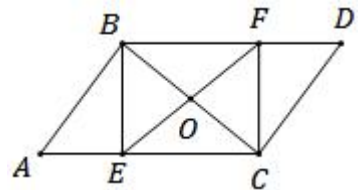
● 13.如图,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中,已知 $AB = DE$,还需添加两个条件才能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ 能添加的一组条件是().

- A. $BC = EC, \angle B = \angle E$
- B. $BC = EC, AC = DC$
- C. $BC = EC, \angle A = \angle D$
- D. $\angle B = \angle E, \angle A = \angle D$
- E. $\angle B = \angle E, \angle A = \angle ECD$



● 14.如图, $Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DCB$,其中 $\angle ABC = 90^\circ, AB = 3, BC = 4, O$ 为 BC 中点, EF 过点交 AC, BD 于点 E, F ,连接 BE, CF ,则下列结论正确的是().

- A.四边形 $BECF$ 为平行四边形
- B.当 $BF = 3.5$ 时,四边形 $BECF$ 为矩形
- C.当 $BF = 2.5$ 时,四边形 $BECF$ 为菱形
- D.四边形 $BECF$ 不可能为正方形
- E. $\angle ABE = \angle DCF$

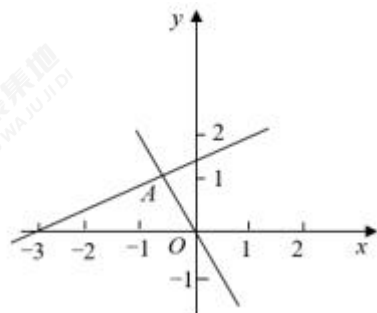


● 15.若 $0 < m < n$,则直线 $y = -3x + m$ 与直线 $y = -x + n$ 的交点().

- A.不可能在第一象限
- B.不可能在第二象限
- C.不可能在第三象限
- D.不可能在第四象限
- E.每个象限都有可能

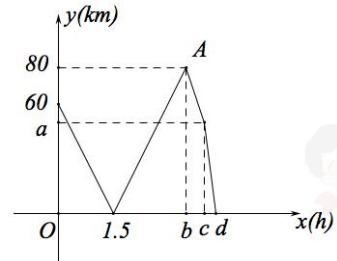
● 16.如图,在平面直角坐标系中,直线 $y = -2x$ 和 $y = ax + 1.2$ 相交于点 $A(m, 1)$,则下列哪个数是不等式 $-2x < ax + 1.2$ 的解().

- A. $-\frac{2}{3}$
- B. $-\frac{1}{2}$
- C. $-\frac{1}{3}$
- D.0
- E.1



- 17.甲、乙两车从A地出发，匀速驶往B地.乙车出发1(h)后，甲车才沿相同的路线开始行驶.甲车先到达B地并停留30分钟后，又以原速按原路线返回，直至与乙车相遇.图中的折线段表示从开始到相遇止，两车之间的距离 $y(km)$ 与甲车行驶的时间 $x(h)$ 的函数关系的图象，则下列说法正确的是().

- A.甲车的速度是 $120km/h$
 B.乙车的速度是 $60km/h$
 C.A, B两地的距离是 $350km$
 D.乙车出发 $4.5h$ 时甲车到达B地
 E.甲车出发 $4.5h$ 最终与乙车相遇



- 18.我们知道不存在一个实数的平方等于 -1 ，即在实数范围内不存在 x 满足 $x^2 = -1$.若我们规定一个新数“ i ”，使其满足 $i^2 = -1$ （即方程 $x^2 = -1$ 有一个根为 i ）.并且进一步规定：一切实数可以与新数进行四运算，且原有运算律和运算法则仍然成立，于是有

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \cdot i = (-1) \cdot i = -i, i^4 = i^3 \cdot i = -i \cdot i = 1$$

那么().

- A. $i^5 = i$ B. $i^6 = -1$ C. $i^7 = 1$ D. $i^8 = i$ E. $i^{2021} = i$

- 19.四则运算符号有 $+$, $-$, \times , \div , 现引入两个新运算符号 \vee , \wedge , 合称“六则运算”. $a\vee b$ 的运算结果是 a 和 b 中较大的数, $a\wedge b$ 的运算结果是 a 和 b 中较小的数.下列等式成立的是().

- A. $(a\vee b) + (a\wedge b) = a + b$ B. $(-a)\vee(-b) = -(a\wedge b)$
 C. $(a\vee b) \times c = (ac)\vee(bc)$ D. $a - (b\vee c) = (a - b)\wedge(a - c)$
 E.以上均不对

- 20.已知 a, b, c 是自然数，且满足 $2^a \times 3^b \times 4^c = 192$ ，则 $a + b + c$ 可能是().

- A.5 B.6 C.7 D.8 E.9

- 21.若整数 a 使关于 x 的分式方程 $\frac{8-ax}{2-x} - 2 = \frac{x}{x-2}$ 有整数解，则符合条件 a 的值有().

- A.-1 B.0 C.1 D.4 E.5

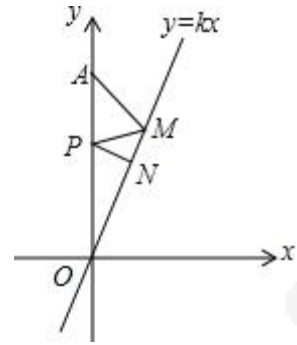
- 22.已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{2x+5}{3} > x+1 \\ 3x \geq a-3 \end{cases}$ 有解，且关于 y 的分式方程 $\frac{y+a}{y-3} = 4 - \frac{a-9}{y-3}$ 有正整数解，则满足条件的整数 a 的值为().

- A.0 B.2 C.3 D.6 E.9

- 23.如图，已知正比例函数 $y=kx(k>0)$ 的图象与 x 轴相交所成的锐角为 70° ，定点 A 的坐标为 $(0, 4)$, P 为 y 轴上的一个动点, M, N 为函数 $y=kx(k>0)$ 的图象上的两个动点，则 $AM +$

$MP + PN$ 的最小值为 ().

- A.2
- B. $2\sqrt{3}$
- C.4
- D. $4\sqrt{3}$
- E.6

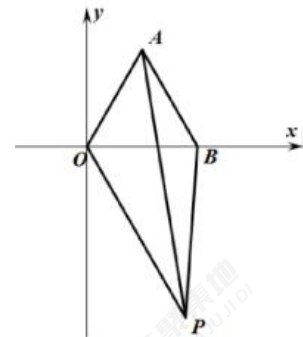


● 24.在平面直角坐标系中, 点 P 的坐标为 (a, b) , 点 P 的“变换点” P' 的坐标定义如下: 当 $a \geq b$ 时, P' 点坐标为 $(a, -b)$; 当 $a < b$ 时, P' 点坐标为 $(b, -a)$. 线段 $l: y = -\frac{1}{2}x + 3 (-2 \leq x \leq 8)$ 上所有点按上述“变换点”组成一个新的图形, 若直线 $y = kx + 4$ 与组成的新的图形有两个交点, 则满足条件的 k 可以是 ().

- A. -3
- B. -1
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. 1
- E. 3

● 25.在平面直角坐标系中, 点 $A(2, 2\sqrt{3})$, $B(4, 0)$, 动点 P (点 P 不在 x 轴上) 满足 $PA^2 - PO^2 = PB^2$, 则下列说法正确的是 ().

- A. 设点 $M(2, 0)$, 则 $PA^2 = 2PM^2 + 8$
- B. 设点 $M(2, -\frac{2\sqrt{3}}{3})$, 则 $\frac{PA}{PM}$ 等于定值 $\sqrt{3}$
- C. 满足 $\angle OPB = 30^\circ$ 的点有无数多个, 在这个条件下, $S_{\triangle BOP}$ 的面积的最大值是 $8 + 4\sqrt{3}$
- D. 满足 $\angle OPB = 150^\circ$ 的点有无数多个, 在这个条件下, $S_{\triangle BOP}$ 的面积的最大值是 $8 - 4\sqrt{3}$
- E. 至少存在两个点 P , 使 $PA = 4 + 4\sqrt{3}$



2021 年第八届鹏程杯数学邀请赛（预赛）答案

初中二年级组

不定项选择题（本试卷满分 120 分，共 25 题。1-5 题，每小题 4 分，共 20 分；6-25 题每小题 5 分，共 100 分。每题给出的四个选项中，至少有一个正确答案，多选、错选、不选均不得分。少选且正确的，分值在正确选择支中平均分配。）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
BD	ABDE	CE	AE	ABCDE	BCD	ABDE	ABDE	ABC	ACDE
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
DE	ABC	ABD	ACDE	ACD	CDE	BCD	ABE	ABD	ABC
21	22	23	24	25					
ACD	AD	B	BC	ABCD					